SIMULARE JUDEȚEANĂ - IANUARIE 2026
EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT 2026
PROBA E.c)
MATEMATICĂ M_*șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$r=\frac{a_9-a_3}{6}=3, a_1=a_3-2r=1, a_{10}=a_9+r=28$ $S_{10}=\frac{10(a_1+a_{10})}{2}=5(1+28)=145$	**3p** **2p**
2.	$2x^2-19x+35<0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{5}{2},7\right)$ Cel mai mare număr natural din interval este 6.	**3p** **2p**
3.	$2^x\cdot 2^{2x-4}=32 \Longrightarrow 2^{3x-4}=2^5$, de unde obținem: $3x-4=5 \Leftrightarrow x=3$	**3p** **2p**
4.	Numărul de submulțimi ordonate cu 2 elemente se obține calculând $A_5^2=\frac{5!}{(5-2)!}$ $=4\cdot 5=20$	**3p** **2p**
5.	$m_{AB}=1$ și, cum $d\perp AB$, obținem $m_d=-1$. Ecuația dreptei d este $y-5=-1(x-2)$, adică $y=-x+7$.	**3p** **2p**
6.	Din teorema cosinusului în $\Delta ABC\ obținem$: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot cosA=28$ BC=$\sqrt{28}, \sqrt{28}>\sqrt{25}=5$	 **3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$det\big(A(x)\big)=(x+3)^2-(x-1)^2=8(x+1)$ $8(x+1)=16, x=1.$	**3p** **2p**
1.b)	$tr\big(A(x)\big)=2(x+3), det\big(A(x)\big)=8(x+1)$ Folosind rel. lui Cayley-Hamilton, $A^2(x)-\ tr\big(A(x)\big)A(x)+det\big(A(x)\big)I_2=O_2$ $A^2(x)+8(x+1)I_2=2(x+3)A(x)$	**2p** **3p**
1.c)	Din b) $\Longrightarrow A^2(-1)=4A(-1)$, prin inducție $A^n(-1)=4^{n-1}A(-1), n\geq 1.$ $A(-1)+A^2(-1)+\cdots+A^n(-1)=\frac{4^n-1}{3}A(-1)=341A(-1)\Leftrightarrow n=5.$	**2p** **3p**
2.a)	Se arată că $\sqrt{2}*x=\sqrt{2}$ pentru orice x real. Deoarece legea este asociativă, atunci	**3p**

	$\sqrt{2} * \sqrt{3} * 2 * \sqrt{5} = \sqrt{2} * (\sqrt{3} * 2 * \sqrt{5}) = (\sqrt{2} - \sqrt{2})(\sqrt{3} * 2 * \sqrt{5} - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$ $= \sqrt{2}$	**2p**
2.b)	$x^2 - 2 - \sqrt{2}(x - \sqrt{2} + x + \sqrt{2} - 1) + 2 = x \Leftrightarrow x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$ Obținem $x = \sqrt{2} - 1$ sau $x = \sqrt{2} + 2$	**3p** **2p**
2.c)	$e = \sqrt{2} + 1$ este el. neutru al legii „ $*$ ”, deci a este simetrizabil în raport cu „ $*$ ” dacă și numai dacă există a', astfel încât $a * a' = a' * a = \sqrt{2} + 1$. $aa' - \sqrt{2}(a + a' - 1) + 2 = \sqrt{2} + 1 \iff aa' + 1 - \sqrt{2}(a + a') = 0$ deci, dacă a și a' sunt numere raționale, obținem $a + a' = 0$ și $a \cdot a' = -1$, deci $a = -1$ sau $a = 1$, care convin.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{6x(x^2 + x - 2) - 3x^2(2x + 1)}{(x^2 + x - 2)^2} = \dfrac{3x^2 - 12x}{(x^2 + x - 2)^2} = \dfrac{3x(x - 4)}{(x^2 + x - 2)^2}$ $\lim\limits_{x \to 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4) = 0.$	**3p** **2p**
1.b)	$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2} = \frac{3}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = 3.$ Dreapta de ecuație $y = 3$ este asimptotă orizontală la $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
1.c)	$f'(x) \le 0$, pentru orice $x \in (1, 4] \Longrightarrow f$ este descrescătoare pe $(1, 4]$ $1 < x \le 2 \Longrightarrow 1 < x^2 \le 4$, deci $f(x) \ge f(2)$ și $f(x^2) \ge f(4)$ și deoarece $f(2) = 3$ și $f(4) = \frac{8}{3}$, obținem $f(x) + f(x^2) \ge \frac{17}{3}$, pentru orice $x \in (1, 2]$	**2p** **3p**
2.a)	$\displaystyle\int \frac{1}{f^2(x)} dx = \int \frac{1}{x^2 + 9} dx =$ $= \dfrac{1}{3} arctg\left(\dfrac{x}{3}\right) + C$	**2p** **3p**
2.b)	$\displaystyle\int x f(x)\, dx = \int x\sqrt{x^2 + 9}\, dx = \frac{1}{2}\int 2x\sqrt{x^2 + 9}\, dx =$ $\displaystyle\frac{1}{2}\int (x^2 + 9)'(x^2 + 9)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{(x^2 + 9)\sqrt{x^2 + 9}}{3} + C$	**2p** **3p**
2.c)	$\displaystyle\int \sqrt{x^2 + 9}\, dx = \int \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x^2 + 9}} dx = \int x \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} dx + 9\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}} dx$ $= \dfrac{x\sqrt{x^2 + 9} + 9ln\left(x + \sqrt{x^2 + 9}\right)}{2} + C$ $A\left(0, 9ln\sqrt{3}\right) \in G_{F(x)} \Leftrightarrow F(0) = 9ln\left(\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow C = 0$ obținem astfel, $F(x) = \dfrac{x\sqrt{x^2 + 9} + 9ln\left(x + \sqrt{x^2 + 9}\right)}{2}$	**3p** **2p**